

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 20. lipnja 2025.

**Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

**Zadatak 1.** Odredite sve pravce koji su od ravnine  $\pi_1 \dots 2x - 2y + z = 1$  udaljeni za 3, a od ravnine  $\pi_2 \dots 4x + 3z = 7$  udaljeni za 5. Jednadžbu barem jednog pravca zapišite u kanonskom obliku, a ostale možete zapisati u bilo kojem obliku.

**Zadatak 2.** Odredite sve realne brojeve  $\lambda$  takve da je pravac

$$p \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y-2\lambda}{3} = \frac{z+\lambda}{\lambda}$$

paralelan s ravninom  $\pi \dots 5x - 2y + (\lambda - 4)z = 7$ . Za svaki takav  $\lambda$  odredite jednadžbu ravnine koja sadrži pravac  $p$  i paralelna je s  $\pi$ .

**Zadatak 3.** Neka je  $P$  proizvoljna točka na hiperboli sa fokusima  $F_1$  i  $F_2$  te neka je  $Q$  diralište upisane kružnice trokuta  $\triangle PF_1F_2$  sa stranicom  $\overline{F_1F_2}$ . Dokažite da je  $Q$  jedno od tjemena hiperbole.

**Zadatak 4.** Neka je  $F$  fokus parabole,  $T$  tjeme parabole i  $P$  proizvoljna točka na paraboli, ako se tangente na parabolu u  $T$  i  $P$  sijeku u točki  $Q$  dokažite da je  $\angle PQF = 90^\circ$ .

**Zadatak 5.** Dana je krivulja

$$C : x^2 + 2y^2 + xy - x - y = 6.$$

- (a) Je li  $C$  elipsa, hiperbola ili parabola? Obrazložite.
- (b) Odredite neku racionalnu parametrizaciju od  $C$ .